

Questão 01)

Um triângulo retângulo é tal que o comprimento do seu menor cateto corresponde à metade do comprimento de sua hipotenusa.

O seu menor ângulo interno mede:

- a) 10°
- b) 45°
- c) 90°
- d) 30°
- e) 60°

Questão 02)

A maior variação de maré do Brasil ocorre na baía de São Marcos, no estado do Maranhão. A diferença entre o nível mais alto e o nível mais baixo atingidos pela maré pode chegar a 8 metros em algumas épocas do ano. Suponha que em determinado dia do ano o nível da maré da baía de São Marcos possa ser descrito pela expressão

$$n(t) = 3\sin((t - 5)\pi/6) + 4, \text{ com } t \in [0, 24]$$

sendo t o tempo (medido em horas) e $n(t)$ o nível da maré no instante t (dado em metros). Com base nessas informações, considere as seguintes afirmativas:

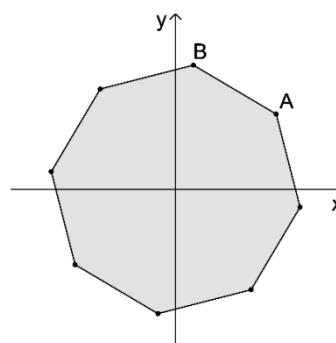
1. O nível mais alto é atingido duas vezes durante o dia.
2. Às 11 h é atingido o nível mais baixo da maré.
3. Às 5 h é atingido o nível mais alto da maré.
4. A diferença entre o nível mais alto e o nível mais baixo é de 3 metros.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
- b) Somente as afirmativas 1 e 4 são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas 2, 3 e 4 são verdadeiras.
- e) As afirmativas 1, 2, 3 e 4 são verdadeiras.

Questão 03)

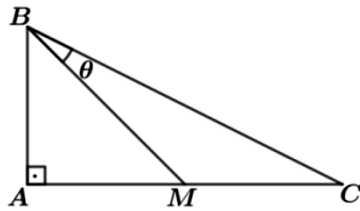
A figura abaixo representa um octógono regular com centro sobre a origem do sistema cartesiano. Se o vértice A desse octógono tem abscissa $x = 8$ e ordenada $y = 6$, conclui-se que a ordenada do vértice B é:



- a) 10.
- b) 12.
- c) $2 + 6\sqrt{2}$.
- d) $7\sqrt{2}$.
- e) $3 + 4\sqrt{3}$.

Questão 04)

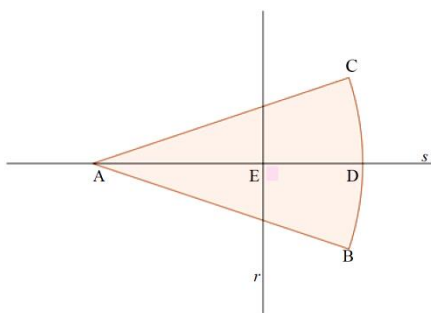
A figura abaixo exibe o triângulo retângulo ABC, em que $AB = AM = MC$. Então, $\text{tg}\theta$ é igual a



- a) $1/2$.
- b) $1/3$.
- c) $1/4$.
- d) $1/5$.

Questão 05)

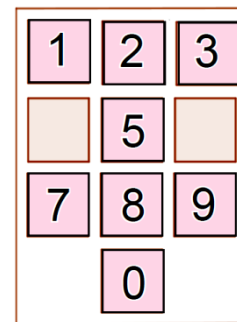
A figura abaixo é um setor circular de raio 30 centímetros que representa uma fatia de pizza. Pretende-se efetuar um corte nessa fatia de pizza de modo que cada uma das duas partes resultantes tenha a mesma área. Este corte é representado, na figura, pela reta r e será perpendicular à reta s , a qual é a bissetriz do ângulo $\widehat{BAC}$. Sabendo que o ângulo $\widehat{CAD}$ mede α (em radianos), então é **CORRETO** afirmar que a medida do segmento AE em centímetros é:



- a) $15\sqrt{\cot\alpha}$
- b) $15\sqrt{2\alpha\cot\alpha}$
- c) $15\sqrt{\tan\alpha}$
- d) $15\sqrt{2\alpha\tan\alpha}$
- e) $15\sqrt{\cos\alpha}$

Questão 06)

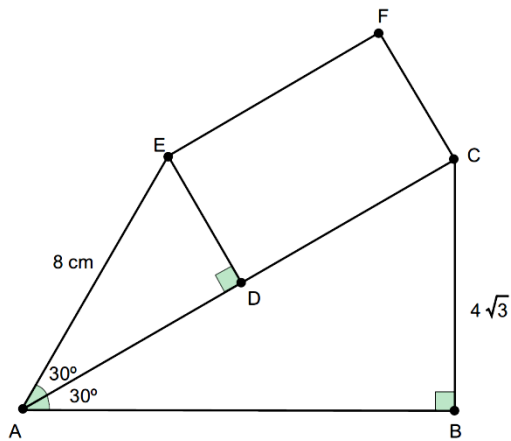
O alarme da casa de José é acionado por um teclado numérico composto pelos algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Após digitar várias vezes a mesma senha de três algarismos, a qual é 064, a tinta das teclas que correspondem aos algarismos 4 e 6 apagou-se. Suponha que uma pessoa que não conheça a senha veja que os algarismos dessas teclas estão apagados e deduza que os números 4 e 6 devem compor a senha. Levando esta informação em consideração e que esta pessoa sabe que a senha tem três algarismos, mas não sabe que são, necessariamente, distintos, a chance dessa pessoa acertar a senha **CORRETA** em uma única tentativa é:



- a) 1 em 1000.
- b) 1 em 60.
- c) 1 em 56.
- d) 1 em 54.
- e) 1 em 37.

Questão 07)

Considere o triângulo retângulo ADE, o retângulo CFED e o triângulo retângulo ABC, com o ponto D sobre o lado AC, conforme mostra a figura.

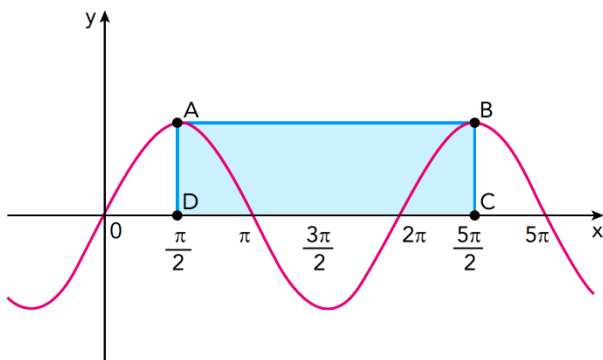


A área do retângulo CFED é

- a) $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- b) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- c) $14\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- d) $10\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- e) $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Questão 08)

O gráfico a seguir representa a função periódica definida por $f(x) = 2\sin(x)$, $x \in \mathbb{R}$. No intervalo $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$, A e B são pontos do gráfico nos quais $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{5\pi}{2}\right)$ são valores máximos dessa função.



A área do retângulo ABCD é:

- a) 6π
- b) 5π
- c) 4π
- d) 3π

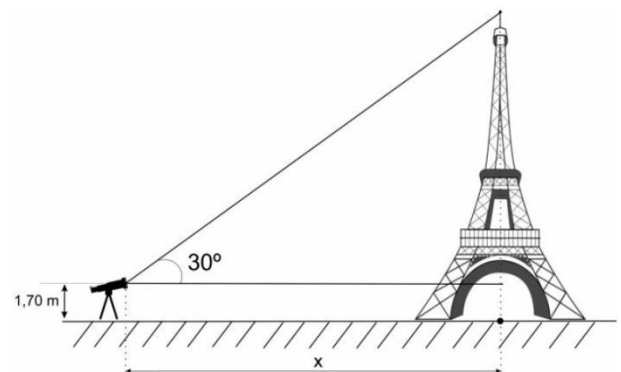
Questão 09)

A **Torre Eiffel** é uma torre treliça de ferro do século XIX localizada no *Champ de Mars*, em Paris e que se tornou um ícone mundial da França. A torre, que é o edifício mais alto da cidade, tem 324 metros de altura e é o monumento pago mais visitado do mundo, com milhões de pessoas frequentando-o anualmente.

Uma visitante observa o topo da Torre Eiffel sob um ângulo de 30° com a horizontal, utilizando uma luneta com tripé. Sabe-se que a altura do equipamento, no momento da visualização, conforme a figura a seguir, é de 1,70m.

Assinale a alternativa **CORRETA** que indica a distância x , em metros, que a luneta está do centro da base da Torre Eiffel:

$$\left(\text{obs.: } \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ e } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$



- a) 325,7
- b) 324

c) $3223\sqrt{3}$

d) $324\sqrt{3}$

$$\sin x - \frac{1}{2} > \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

estão compreendidos entre:

Questão 10)

É dada a função $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, para todo $x \in [0, \pi]$.

a) Apresente três valores $x \in [0, \pi]$ para os quais $f(x) = 1$.

b) Determine os valores $x \in [0, \pi]$ para os quais $f(x) = \frac{5}{8}$.

c) Determine os valores $x \in [0, \pi]$ para os quais $\frac{1}{2}f(x) + \frac{3}{8}\sin(2x) \geq \frac{5}{8}$.

a) $\frac{\pi}{12}$ e $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{5\pi}{12}$ e $\frac{7\pi}{12}$

c) $\frac{2\pi}{3}$ e $\frac{5\pi}{6}$

d) $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{2}$

e) $\frac{5\pi}{6}$ e $\frac{11\pi}{12}$

Questão 11)

Seja

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid 2 \leq |z - 3 - 4i| \leq 3\}$$

onde $\mathbb{C}$ é o conjunto dos números complexos. O valor do produto entre o simétrico do complexo de menor módulo do conjunto A e o conjugado do complexo de maior módulo do mesmo conjunto A é:

a) -16

b) -8

c) $-16/5$

d) 1

e) 16

Questão 12)

Todos os arcos entre 0 e 2π radianos que satisfazem a desigualdade

Questão 13)

Um triângulo equilátero é projetado ortogonalmente em um plano, gerando um triângulo isósceles, cujo ângulo desigual mede 30° . O cosseno do ângulo do plano do triângulo equilátero com o plano de projeção é:

a) $2\sqrt{3} - 3$

b) $4 - 2\sqrt{3}$

c) $2 - \sqrt{3}$

d) $1 - \sqrt{3}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$

Questão 14)

Um determinado fenômeno pode ser modelado através da função $y = a + b\sin(cx + d)$. Se $a = 2$, $b = 1$, e $c = \pi$, a imagem da função é

- a) $[1,2]$
- b) $[1,\pi]$
- c) $[1,2\pi]$
- d) $[1,3]$
- e) $[1,4]$

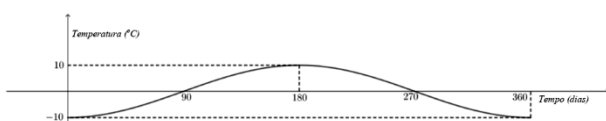
Questão 15)

Seja a função $f(x) = \frac{2 + \sin x}{2 + \cos x}$, definida para todo número real x .

- a) Mostre que $f(\pi/2) + f(-\pi/2) = f(\pi)f(\pi/4)$.
- b) Seja θ um número real tal que $f(\theta) = 2$. Determine os possíveis valores para $\sin \theta$.

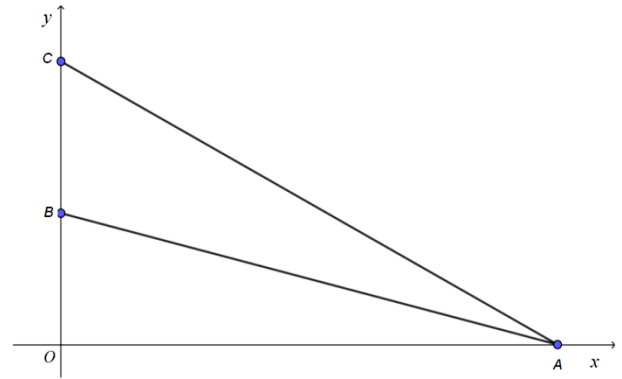
Questão 16)

- 01. Se $f(x) = \sin(2x) \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos(2x)$, então $f(x) > 0$ para $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- 02. Existe um número real $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ tal que $\operatorname{tg} x = 2$ e $\sec x = 2$.
- 04. Em regiões muito frias, construtores de tubulação utilizam placas isolantes para evitar transferência de calor da tubulação para o solo. No desenvolvimento desse tipo de placa, leva-se em conta a variação da temperatura da região ao longo do ano (360 dias). A variação da temperatura é modelada pela função $f(t) = a + b \cos(ct)$, sendo t o número de dias e a , b e c constantes. Se o gráfico a seguir representa a função f , então $a = 0$ e $b \cdot c = -10$.

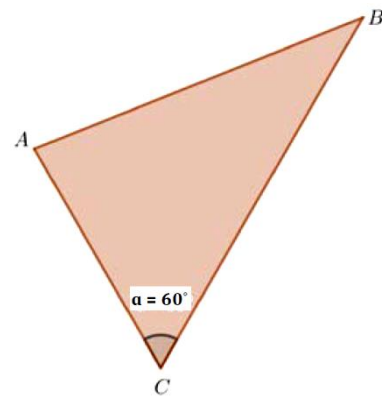


- 08. Considere a figura ao lado. Se a abscissa do ponto A é 12, a ordenada do ponto B é 3 e o

ângulo $O\hat{A}B$ é a metade do ângulo $O\hat{A}C$, então a ordenada do ponto C é 6,4.



- 16. Maria está participando de uma corrida em que deve percorrer, apenas uma vez, o perímetro da região triangular representada a seguir.



Sabe-se que a distância entre os pontos A e B é 14 km e que a distância entre os pontos C e B é 6 km a mais que a distância entre os pontos A e C. Nessas condições, a distância percorrida por Maria é de 40 km.

Questão 17)

A parte real da soma infinita da progressão geométrica cujo termo geral a_n é dado por

$$a_n = \frac{\cos n + i \cdot \sin n}{2^n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

é igual a

- a) $\frac{-1 + 2 \cos 1}{5 - 4 \cos 1}$
- b) $\frac{-2 + 4 \cos 1}{5 - 4 \cos 1}$

- c) $\frac{4-2\cos 1}{5-4\cos 1}$
- d) $\frac{1+2\cos 1}{5-4\cos 1}$
- e) $\frac{2+4\cos 1}{5-4\cos 1}$

Questão 18)

Seja a um número real satisfazendo $0 < a < \frac{\pi}{2}$.

Então, a soma de todos os valores de $x \in [0, 2\pi]$ que satisfazem a equação

$$\cos x \sin(a + x) = \sin a$$

é igual a:

- a) $5\pi + 2a$
- b) $5\pi + a$
- c) 5π
- d) $5\pi - a$
- e) $5\pi - 2a$

Questão 19)

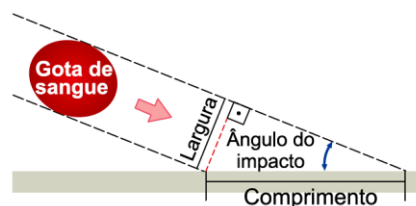
Uma das finalidades da Ciência Forense é auxiliar nas investigações relativas à justiça civil ou criminal. Observe uma ideia que pode ser empregada na análise de uma cena de crime.

Uma gota de sangue que cai perfeitamente na vertical, formando um ângulo de 90° com a horizontal, deixa uma mancha redonda. À medida que o ângulo de impacto com a horizontal diminui, a mancha fica cada vez mais longa.

As ilustrações mostram o alongamento da gota de sangue e a relação trigonométrica envolvendo o ângulo de impacto e suas dimensões.

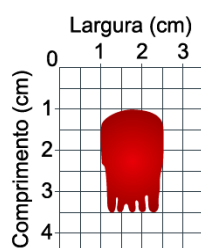


Relação trigonométrica



(Ana Paula Sebastiany *et al.* "A utilização da Ciência Forense e da Investigação Criminal como estratégia didática na compreensão de conceitos científicos". *Didáctica de la Química*, 2013. Adaptado.)

Considere a coleta de uma amostra de gota de sangue e a tabela trigonométrica apresentadas a seguir.



α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$
31°	0,51	0,85	0,60
37°	0,60	0,80	0,75
53°	0,80	0,60	1,32
59°	0,85	0,51	1,66
74°	0,96	0,28	3,50

De acordo com as informações, o ângulo de impacto da gota de sangue coletada na amostra foi de

- a) 37°
- b) 74°
- c) 59°
- d) 53°
- e) 31°

Questão 20)

Seja z um número complexo tal que $z^{12} \in \mathbb{R}$, $\text{Re}(z) = 1$ e $\arg(z) \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. A soma dos inversos dos possíveis valores de $|z|$ está no intervalo:

- a) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
- b) $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$
- c) $\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$
- d) $\left(\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right)$
- e) $\left(\frac{9}{2}, \frac{11}{2}\right)$

Questão 21)

O número de soluções reais da equação abaixo é:

$$(\cos x)^{2018} = 2 - 2^{(x/\pi)^2}$$

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

Questão 22)

Seja um triângulo ABC com lados a , b e c opostos aos ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$, respectivamente. Os lados a , b e c formam uma progressão aritmética nesta ordem. Determine a relação correta entre as funções trigonométricas dos ângulos dos vértices desse triângulo.

- a) $2\sin(\hat{A} + \hat{C}) = \sin(\hat{A}) + \sin(\hat{C})$
- b) $2\cos(\hat{A} + \hat{C}) = \cos(\hat{A}) + \cos(\hat{C})$
- c) $2\sin(\hat{A} - \hat{C}) = \sin(\hat{A}) - \sin(\hat{C})$
- d) $2\cos(\hat{A} - \hat{C}) = \cos(\hat{A}) - \cos(\hat{C})$
- e) $2\cos(\hat{A} + \hat{C}) = \sin(\hat{A}) + \sin(\hat{C})$

Questão 23)

Considere um retângulo ABCD em que o comprimento do lado AB é o dobro do comprimento do lado BC. Sejam M o ponto médio de BC e N o ponto médio de CM. A tangente do ângulo $\hat{MAN}$ é igual a

- a) $\frac{1}{35}$.
- b) $\frac{2}{35}$.
- c) $\frac{4}{35}$.
- d) $\frac{8}{35}$.
- e) $\frac{16}{35}$.

Questão 24)

Sabe-se que $-2 + 2i$ é uma das raízes quartas de um número complexo z . Então, no plano de Argand-Gauss, a área do triângulo, cujos vértices são as raízes cúbicas de z , é igual a:

- a) $4(\sqrt{3} + 1)$.
- b) $6\sqrt{3}$.
- c) $8(\sqrt{3} - 1)$.
- d) $10\sqrt{3}$.
- e) $12\sqrt{3}$.

Questão 25)

Seja $f : [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ a função definida por

$f(x) = \arcsen(x)$. Então, a soma $\sum_{n=0}^4 f\left(\cos \frac{2\pi}{3^n}\right)$ é igual a

- a) $\frac{253}{162}\pi$.
- b) $\frac{245}{162}\pi$.
- c) $-\frac{152}{81}\pi$.
- d) $-\frac{82}{81}\pi$.
- e) $-\frac{79}{162}\pi$.

Questão 26)

Considerando a função real de variável real definida por $f(x) = (\cos x + \sec x + 2) \cdot \cos x$, onde x é tal que $\cos x \neq 0$, é correto afirmar que a imagem de f (isto é, o conjunto de valores de f) é

- a) $[0, 4] - \{1\}$.
- b) $[0, 2] - \{1\}$.
- c) $[-2, 2] - \{1\}$.
- d) $[-2, 4] - \{1\}$.

Questão 27)

Considerando a progressão geométrica $(x_n)_n = 1, 2, 3, \dots$, cujo primeiro termo é igual a $\sin(t)$ e a razão igual a $\cos^2 t$, sendo $0 < t < \frac{\pi}{2}$, é correto afirmar que a soma (infinita) de todos os termos dessa progressão é igual a

- a) $\operatorname{cosec}(t)$.
- b) $\sin(t)$.
- c) $\operatorname{tg}(t)$.
- d) $\cot(t)$.

Questão 28)

O preço dos produtos no mercado varia de acordo com a procura. A função que descreve o preço P (em reais) de uma bermuda em função do mês t do ano é dada por $P(t) = 80 + 20 \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$. Suponha que os meses sejam enumerados de 1 a 12, e que janeiro é o mês 1. Assinale o que for **correto**.

- 01. $\operatorname{Dom}(P) = \{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$.
- 02. Em fevereiro a bermuda custa R\$80,00.
- 04. Existem três meses no ano em que a bermuda custa R\$80,00.
- 08. O preço mínimo de uma bermuda ocorre no mês de junho.
- 16. O melhor preço de venda ocorre em apenas um mês do ano.

Questão 29)

Assinale o que for correto.

- 01. $\overline{i+2} = i-2$.
- 02. O inverso de um número complexo z só é igual ao seu conjugado se $|z|=1$.
- 04. O módulo de um número complexo é igual à distância do ponto representado por esse número no plano complexo até a origem do plano.
- 08. A multiplicação de um número complexo de argumento igual a 1 por um número complexo

de argumento igual a 2 resulta em um número complexo de argumento igual a 3.

16. $|(1+2i)^{100}| = \left(\left(5^5\right)^5\right)^2$.

Questão 30)

Um ponto P percorre uma circunferência de raio r, centrada na origem O de um plano xy, com velocidade angular constante e igual a $3\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. A projeção ortogonal de P sobre o eixo x define o ponto Q. No instante inicial $t = 0\text{s}$, P se encontra no primeiro quadrante, e a posição de Q é dada por $x = r\sqrt{3}/2$. Sabendo-se que o ponto P percorre a circunferência no sentido anti-horário, assinale o que for **correto**.

Dados: $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$, $\cos 60^\circ = 1/2$, $\cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$.

01. Q retorna à posição inicial no instante $t = (\sqrt{2}/2)\text{s}$.
02. No instante $t = (1/9)\text{s}$, a velocidade de Q (em módulo) é máxima.
04. Visto que a velocidade angular é constante, o movimento de Q é uniformemente acelerado.
08. No instante $t = 0\text{s}$, o ângulo entre o eixo Ox e o segmento de reta $\overline{OP}$ é igual a 60° .
16. Se as trajetórias de P e Q correspondem às trajetórias de duas partículas idênticas (de mesma massa), então no instante $t = (5/18)\text{s}$ os módulos das forças resultantes que atuam em cada partícula terá o mesmo valor.

Questão 31)

Num triângulo obtusângulo ABC, as medidas dos ângulos $\widehat{BAC} = 120^\circ$ e $\widehat{ACB} = 30^\circ$ e o lado $\overline{AC} = 2$. Considerando que $a = \overline{BC}$, $c = \overline{AB}$, assinale o que for **correto**.

01. O valor de $a + c$ é um número irracional.

02. O período da função $f(x) = c \cdot \cos(x)$ é 2π .

04. A função $f(x) = c \cdot \sin(x)$ tem sua imagem contida no intervalo $[-1,1]$.

08. O valor de $a \cdot c$ é um número racional.

Questão 32)

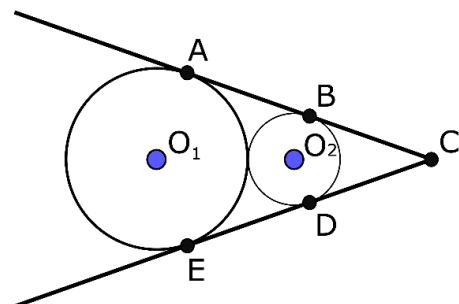
Num triângulo retângulo ABC, $\overline{AC} = a$, $\overline{BC} = b$ e $\widehat{CAB} = 60^\circ$. Considerando i a unidade imaginária e

$\begin{vmatrix} a+i^2 & -3 \\ 1 & i^4 \end{vmatrix} = 7$, assinale o que for **correto**.

01. O valor da área do triângulo é um número racional.
02. Uma das alturas do triângulo ABC é um número racional.
04. O valor do perímetro do triângulo é um número irracional.
08. No triângulo, o lado $\overline{AB} = 5\sqrt{3}$.
16. A medida de $a = 3b$.

Questão 33)

Na figura abaixo, as duas circunferências são tangentes entre si e tangentes às duas semirretas nos pontos A, B, E e D. Sabendo que $\widehat{BCO_2} = 30^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ em relação aos valores de r (raio da circunferência de centro O_2), R (raio da circunferência de centro O_1), assinale o que for **correto**.



01. O valor de $\overline{O_1O_2}$ é um número natural.
02. O segmento $\overline{EC}$ tem medida igual a $\sqrt{3}$.
04. Se $f(R) = 0$ e $f(r) = 3$, então a função linear correspondente é dada por $f(x) = -6x + 6$.
08. O valor de $f(g(r + R)) = 1$, se $f(x) = |\sin(x)|$ e $g(x) = x\pi$.
16. O valor de r é metade do valor de R .

Questão 34)

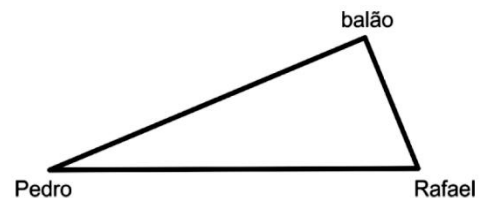
Considerando o sistema de equações $\begin{cases} \log_2(a - b) = 2 \\ 2^{2a+2b} = 16 \end{cases}$, assinale o que for correto.

01. O módulo do número complexo $z = a + bi$ é $\sqrt{10}$.
02. A soma dos zeros da função $f(x) = x^2 - ax + 2$ é um número natural.
04. $a = -2b$.
08. Se a e $-b$ são os catetos de um triângulo retângulo, então o valor da hipotenusa é um número irracional.
16. A soma dos coeficientes do binômio $(x + 1)^{a-b}$ é 16.

Questão 35)

A fim de medir a temperatura, a umidade, a pressão, a velocidade e a direção dos ventos na atmosfera superior, uma equipe de pesquisas utilizou um balão meteorológico. Depois de algumas horas, os pesquisadores Pedro e Rafael, distantes 4 km um do outro, avistaram o balão. Pedro avistou o balão segundo um ângulo de elevação de 30° , e Rafael avistou o balão segundo um ângulo de elevação de 60° . Ambos estimaram que o balão, naquele instante, estava a uma altura entre 1,5 km e 2 km. Para essa conclusão, eles

usaram as informações de que dispunham naquele instante e seus conhecimentos de geometria, de modo a representar a situação em que cada um deles estivesse posicionado em um dos vértices da base de um triângulo e o balão meteorológico estivesse no vértice oposto, conforme a figura a seguir.

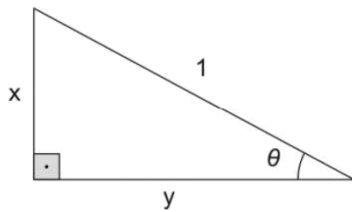


Para estimar a altura do balão, os pesquisadores utilizaram, na representação da situação, um triângulo

- a) retângulo, porque o conhecimento da base e dos ângulos de elevação permite calcular a altura.
- b) retângulo, porque o conhecimento dos ângulos de elevação é suficiente para o cálculo da altura.
- c) equilátero, porque o conhecimento do comprimento da base é suficiente para o cálculo da altura.
- d) equilátero, uma vez que a altura pode ser calculada por ser proporcional ao comprimento dos lados.
- e) retângulo e isósceles, uma vez que a altura pode ser calculada por ser proporcional ao comprimento dos catetos.

Questão 36)

No triângulo retângulo da figura, θ é um ângulo tal que $\sin(2\theta) = \frac{24}{25}$.



Sabendo que $\sin(2\theta) = 2 \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta$, o perímetro do triângulo é igual a

- a) $\frac{18}{5}$
- b) $\frac{13}{5}$
- c) $\frac{12}{5}$
- d) $\frac{4}{5}$
- e) $\frac{3}{5}$

Questão 37)

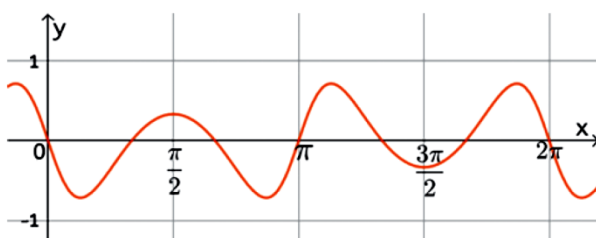
Considere a função f com lei de formação

$$f(x) = \frac{3\sin(x) - 4\sin^3(x)}{\cos(2x) - 2}$$

e a função

$$g(x) = \sin(x)[\cos(2x) + \cos^2(x) + 3\sin^2(x)].$$

A figura mostra o gráfico da função f



Sendo x um número real no intervalo aberto $(0, 2\pi)$, a solução da desigualdade $g(x) > f(x)$ está representada pelo conjunto:

- a) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4} \text{ ou } \frac{5\pi}{4} < x < \frac{7\pi}{4}\right\}$
- b) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ ou } \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi\right\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < \pi\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid \pi < x < 2\pi\}$

Questão 38)

Aristarco de Samos (c. 287 a.C.) aplicou a Matemática à Astronomia. Tornou-se conhecido como o Copérnico da Antiguidade por ter formulado a hipótese heliocêntrica do Sistema Solar. Usando instrumentos toscos, Aristarco observou que o ângulo α entre a Lua, quando está exatamente meio cheia, a Terra e o Sol é de $29/30$ de um ângulo reto. Com base nessa medição, ele calculou a distância da Terra ao Sol. Com essas informações, marque a alternativa correta que apresenta uma boa estimativa para a distância da Terra ao Sol:

Dado: $(\cos 87^\circ = 0,052)$

- a) Entre 18 e 20 vezes a distância da Terra à Lua.
- b) Entre 22 e 24 vezes a distância da Terra à Lua.
- c) Entre 26 e 28 vezes a distância da Terra à Lua.
- d) Entre 30 e 32 vezes a distância da Terra à Lua.

Questão 39)

Os valores de x , $0 \leq x \leq 2\pi$, para os quais $|\sin x| > \frac{1}{2}$ são

- a) $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6} < x < \frac{11\pi}{6}$
- b) $\frac{\pi}{6} < x < \frac{7\pi}{6}$

c) $0 < x < \pi$

d) $\frac{5\pi}{6} < x < \frac{7\pi}{6}$

e) $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$ e $\frac{4\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{3}$

8) Gab: C

9) Gab: C

Questão 40)

A função $f(x) = 3\cos\left(\frac{x}{2} + x\right)$, no intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$, é positiva para

a) $0 < x < 2\pi$

b) $\pi < x < 2\pi$

c) $0 < x < \pi$

d) $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$

e) $0 < x < \frac{\pi}{2}$

10) Gab:

a) Desenvolvendo a lei de formação da função, temos a sequência de identidades:

$$f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x$$

Da identidade trigonométrica fundamental, tem-se que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. Seguindo, da fórmula do arco duplo, tem-se que $\sin(2x) = 2\sin x \cos x$. Substituindo esses fatos na lei de formação da função:

$$f(x) = 1 - \frac{\sin^2(2x)}{2}$$

Da fórmula do cosseno do arco duplo, tem-se que

$$\cos(4x) = 1 - 2\sin^2(2x) \rightarrow \sin^2(2x) = \frac{1 - \cos(4x)}{2} (*)$$

Substituindo (*) na lei de formação da função:

$$f(x) = \frac{3}{4} + \frac{\cos(4x)}{4}$$

Resolvendo a equação $f(x) = 1$:

$$\frac{3}{4} + \frac{\cos(4x)}{4} = 1$$

$$\cos(4x) = 1$$

No intervalo considerado os valores são: $x = 0$,

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ e } x = \pi$$

b) $f(x) = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{\cos(4x)}{4} = \frac{5}{8} \Rightarrow \cos(4x) = -\frac{1}{2}$

Verificando as soluções no intervalo considerado:

$$4x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

GABARITO:

1) Gab: D

2) Gab: A

3) Gab: D

4) Gab: B

5) Gab: B

6) Gab: D

7) Gab: B

$$4x = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$4x = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$$

$$4x = \frac{10\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$$

Então, o conjunto solução da equação em $[0, \pi]$

$$\text{é } S = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6} \right\}.$$

c) Tem-se:

$$\frac{1}{2}f(x) + \frac{3}{8}\text{sen}(2x) \geq \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{\cos(4x)}{8} + \frac{3}{8}\text{sen}2(x) \geq \frac{5}{8}$$

$$\cos(4x) + 3\text{sen}(2x) \geq 2$$

Da fórmula do cosseno do arco duplo:

$$1 - 2\text{sen}^2(2x) + 3\text{sen}(2x) \geq 2$$

$$2\text{sen}^2(2x) - 3\text{sen}(2x) + 1 \leq 0$$

Essa desigualdade é verdadeira para

$$\frac{1}{2} \leq \text{sen}(2x) \leq 1$$

Então:

$$\frac{\pi}{6} \leq 2x \leq \frac{5\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{5\pi}{12}$$

$$\frac{13\pi}{6} \leq 2x \leq \frac{17\pi}{6}$$

$$\frac{13\pi}{12} \leq x \leq \frac{17\pi}{12} \text{ (não convém, pois } x \in [0, \pi]).$$

Portanto, os valores de x que satisfazem a inequação são dados pelo conjunto solução

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{5\pi}{12}\}$$

12) Gab: C

13) Gab: A

14) Gab: D

15) Gab:

a) Temos que $f(\pi/2) = \frac{2 + \text{sen}(\pi/2)}{2 + \cos(\pi/2)} = \frac{2+1}{2+0} = \frac{3}{2},$

$$f(-\pi/2) = \frac{2 + \text{sen}(-\pi/2)}{2 + \cos(-\pi/2)} = \frac{2-1}{2+0} = \frac{1}{2},$$

$$f(\pi) = \frac{2 + \text{sen}(\pi)}{2 + \cos(\pi)} = \frac{2+0}{2-1} = 2 \text{ e}$$

$$f(\pi/4) = \frac{2 + \text{sen}(\pi/4)}{2 + \cos(\pi/4)} = \frac{2 + \sqrt{2}/2}{2 + \sqrt{2}/2} = 1. \text{ Logo,}$$

$$f(\pi/2) + f(-\pi/2) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2,$$

$$f(\pi)f(\pi/4) = 2 \times 1 = 2$$

e, portanto, a igualdade é válida.

b) Da igualdade $\frac{2 + \text{sen}\theta}{2 + \cos\theta} = 2$, obtemos

$$2 + \text{sen}\theta = 4 + 2\cos\theta, \text{ ou seja,}$$

$2\cos\theta = \text{sen}\theta - 2$. Elevando ambos os membros dessa equação ao quadrado, temos

$$4(\cos\theta)^2 = (\text{sen}\theta)^2 - 4\text{sen}\theta + 4. \text{ Lembrando que}$$

$$(\text{sen}\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1, \text{ concluímos que}$$

$$4(1 - (\text{sen}\theta)^2) = (\text{sen}\theta)^2 - 4\text{sen}\theta + 4, \text{ ou seja,}$$

$$5(\text{sen}\theta)^2 - 4\text{sen}\theta = 0, \text{ ou ainda}$$

$\text{sen}\theta (5\text{sen}\theta - 4) = 0$. Portanto, $\text{sen}\theta = 0$ ou $\text{sen}\theta = 4/5$. Substituindo esses valores na equação original, verificamos que ambos são soluções possíveis: para $\text{sen}\theta = 0$, temos $\cos\theta = -1$, e para $\text{sen}\theta = 4/5$, temos $\cos\theta = -3/5$.

11) Gab: A

16) Gab: 24

31) Gab: 03

17) Gab: A

32) Gab: 06

18) Gab: E

33) Gab: 30

19) Gab: A

34) Gab: 27

20) Gab: C

35) Gab: A

21) Gab: D

36) Gab: C

22) Gab: A

37) Gab: C

23) Gab: C

38) Gab: A

24) Gab: E

39) Gab: A

25) Gab: B

40) Gab: B

26) Gab: A

27) Gab: A

28) Gab: 13

29) Gab: 30

30) Gab: 18